

MATHPREPAI

คณิตศาสตร์ ม.1 — สรุปเนื้อหาทั้งหมด

ครบทั้ง 9 บทตามหลักสูตร สสวท. พร้อมนิยาม สูตร ตัวอย่างที่ทำให้ดูที่ละขั้น และจุด
ที่นักเรียนพลาดบ่อย

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 · Grade 7 · 9 บท

เนื้อหาตามหลักสูตรแกนกลาง (สสวท.) · เทียบ Common Core และ Cambridge

mathprepai.com

สารบัญ

- 1 จำนวนเต็ม Integers
 - 1.1 จำนวนเต็มคืออะไร
 - 1.2 การเปรียบเทียบและเรียงลำดับ
 - 1.3 การบวกจำนวนเต็ม
 - 1.4 การลบจำนวนเต็ม
 - 1.5 การคูณและการหารจำนวนเต็ม
 - 1.6 สมบัติของจำนวนเต็ม
- 2 การสร้างทางเรขาคณิต Geometric Construction
 - 2.1 เครื่องมือและกติกา
 - 2.2 การสร้างพื้นฐาน
 - 2.3 เส้นตั้งฉากและเส้นขนาน
 - 2.4 การนำไปใช้
- 3 เลขยกกำลัง Exponents (Indices)
 - 3.1 ความหมายของเลขยกกำลัง
 - 3.2 กฎการคูณและการหารเลขยกกำลัง
 - 3.3 สัญกรณ์วิทยาศาสตร์
- 4 ทศนิยมและเศษส่วน Decimals and Fractions
 - 4.1 ทศนิยมและการเปรียบเทียบ
 - 4.2 การบวก ลบ คูณ หารทศนิยม
 - 4.3 เศษส่วนและการดำเนินการ
 - 4.4 ความสัมพันธ์ระหว่างทศนิยมกับเศษส่วน
- 5 รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ Two- and Three-Dimensional Shapes
 - 5.1 รูปเรขาคณิตสามมิติ
 - 5.2 หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ
 - 5.3 ภาพที่ได้จากการมอง
 - 5.4 รูปคลี่
- 6 สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว Linear Equations in One Variable
 - 6.1 แบบรูปและความสัมพันธ์
 - 6.2 สมการและคำตอบของสมการ
 - 6.3 การแก้สมการ
 - 6.4 โจทย์ปัญหาสมการ
- 7 อัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละ Ratio, Proportion and Percentage
 - 7.1 อัตราส่วนและอัตราส่วนที่เท่ากัน
 - 7.2 สัดส่วน
 - 7.3 ร้อยละ
- 8 กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น Graphs and Linear Relationships
 - 8.1 คู่อันดับและระนาบพิกัด
 - 8.2 การอ่านและใช้กราฟ
 - 8.3 ความสัมพันธ์เชิงเส้น
- 9 สถิติ (1) Statistics (1)
 - 9.1 คำถามทางสถิติ
 - 9.2 การเก็บรวบรวมข้อมูล
 - 9.3 การนำเสนอข้อมูล
 - 9.4 การแปลความหมายข้อมูล

จำนวนเต็ม

Integers

ขยายโลกของจำนวนจาก 0, 1, 2, 3, ... ออกไปทางซ้ายของเส้นจำนวน แล้วเรียนว่าบวก ลบ คูณ หาร กับจำนวนติดลบต้องคิดอย่างไร — เป็นบทที่ทุกบทหลังจากนี้ขึ้นอยู่กับมัน

สวท.: จำนวนและพีชคณิต · Common Core: 7.NS · Lower Secondary Stage 7 — Integers, powers and roots

1.1 จำนวนเต็มคืออะไร

ก่อน ม.1 เรารู้จักแต่จำนวนนับ 1, 2, 3, ... กับศูนย์ ซึ่งพอสำหรับ “นับของ” แต่ไม่พอสำหรับ “เป็นหนี้ 50 บาท” หรือ “อุณหภูมิต่ำกว่าศูนย์ 3 องศา” จำนวนเต็มคือการเติมอีกครั้งหนึ่งที่หายไปให้ครบ

นิยาม

จำนวนเต็ม (Integer)

จำนวนที่ไม่มีเศษและไม่มีทศนิยม ประกอบด้วยจำนวนเต็มบวก ศูนย์ และจำนวนเต็มลบ เขียนแทนเซตนี้ด้วย $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

- จำนวนเต็มแบ่งได้ 3 พวก
 - จำนวนเต็มบวก** — 1, 2, 3, ... อยู่ทางขวาของศูนย์ (บางที่เรียกว่าจำนวนนับ)
 - ศูนย์** — 0 ตัวเดียว **ไม่เป็นทั้งบวกและลบ** เป็นจุดอ้างอิงตรงกลาง
 - จำนวนเต็มลบ** — -1, -2, -3, ... อยู่ทางซ้ายของศูนย์
- สิ่งที่ **ไม่ใช่** จำนวนเต็ม
 - $\frac{1}{2}$, 0.75, -2.5 — มีเศษหรือทศนิยม
 - $\sqrt{2}$ — ไม่ลงตัวเป็นจำนวนเต็ม
- จำนวนเต็มใช้ในชีวิตจริงตรงไหน
 - อุณหภูมิ: -5°C คือต่ำกว่าจุดเยือกแข็ง 5 องศา
 - บัญชีธนาคาร: ยอด -1200 บาท คือเป็นหนี้ 1,200 บาท
 - ความสูงจากระดับน้ำทะเล: -30 เมตร คืออยู่ใต้ระดับน้ำทะเล 30 เมตร

 ทำไมถึงเป็นแบบนี้

ทำไมต้องมีจำนวนลบ? เพราะถ้ามีแต่จำนวนบวก คำถามอย่าง “3 – 8 เท่ากับเท่าไร” จะไม่มีคำตอบ การเติมจำนวนลบเข้ามาทำให้การลบทำได้เสมอ ไม่ว่าตัวไหนลบตัวไหน

1.2 การเปรียบเทียบและเรียงลำดับ

กติกาเดียวที่ต้องจำคือ บนเส้นจำนวน ตัวที่อยู่ขวากว่าคือตัวที่มากกว่าเสมอ ไม่ว่าจะบวกหรือลบ

เส้นจำนวน

$$\dots -4 < -3 < -2 < -1 < 0 < 1 < 2 < 3 < 4 \dots$$

ยิ่งไปทางซ้าย ยิ่งน้อย · ยิ่งไปทางขวา ยิ่งมาก

- จำนวนเต็มบวก **มากกว่า** ศูนย์เสมอ และมากกว่าจำนวนเต็มลบทุกตัว
- จำนวนเต็มลบ **น้อยกว่า** ศูนย์เสมอ
- เทียบจำนวนลบสองตัว — **ตัวที่ใหญ่กว่าคือตัวที่น้อยกว่า**
 - $-2 > -7$ เพราะ -2 อยู่ทางขวาของ -7
 - คิดเป็นหนี้ก็ได้: เป็นหนี้ 2 บาท ย่อมดีกว่าเป็นหนี้ 7 บาท

นิยาม

ค่าสัมบูรณ์ (Absolute value)

ระยะจากจำนวนนั้นถึงศูนย์บนเส้นจำนวน เขียนด้วยขีดสองข้าง เช่น $|-7| = 7$ และ $|7| = 7$ · **ค่าสัมบูรณ์ไม่เคยติดลบ** เพราะระยะทางติดลบไม่ได้

ตัวอย่าง

จงเรียง $-3, 5, 0, -8, 2$ จากน้อยไปมาก

วิธีทำ

1. แยกเป็นสองพวกก่อน: ลบคือ $-3, -8$ · ไม่ลบคือ $0, 2, 5$
2. พวกลบต้องมาก่อนเสมอ · ในพวกลบ ตัวที่ห่างศูนย์มากกว่าคือตัวที่น้อยกว่า จึงได้ $-8 < -3$
3. พวกไม่ลบเรียงตามปกติ: $0 < 2 < 5$

ตอบ $-8, -3, 0, 2, 5$

⚠ ข้อควรระวัง

กับดักที่พาลาดกันมากที่สุดในบทนี้: เห็น -9 กับ -4 แล้วตอบว่า -9 มากกว่า เพราะ “ 9 มากกว่า 4 ” · ตัวเลขหลังเครื่องหมายลบ ยิ่งใหญ่ยิ่งน้อย

1.3 การบวกจำนวนเต็ม

การบวกจำนวนเต็มมีแค่ 2 กรณี: เครื่องหมายเหมือนกัน กับเครื่องหมายต่างกัน จำ 2 กรณีนี้ไว้ก็จบทั้งหัวข้อ

กรณีที่ 1 — เครื่องหมายเหมือนกัน

- 1 เอาค่าสัมบูรณ์ (ตัวเลขที่ไม่คิดเครื่องหมาย) มา **บวกกัน**
- 2 ใส่เครื่องหมายเดิมให้คำตอบ

$$(+5) + (+3) = +8 \quad (-5) + (-3) = -8$$

ทั้งคู่ “ไปทางเดียวกัน” ระยะจึงรวมกัน

กรณีที่ 2 — เครื่องหมายต่างกัน

- 1 เอาค่าสัมบูรณ์ตัวมาก **ลบ** ตัวน้อย
- 2 ใส่เครื่องหมายของ **ตัวที่ค่าสัมบูรณ์มากกว่า**

$$(+9) + (-4) = +5 \quad (-9) + (+4) = -5$$

“ดึงกันคนละทาง” ฝ่ายที่แรงกว่าเป็นผู้ชนะ และเหลือแรงเท่ากับผลต่าง

ตัวอย่าง 1

จงหาค่าของ $(-12) + (+7)$

วิธีทำ

1. เครื่องหมายต่างกัน → ใช้กรณีที่ 2
2. ค่าสัมบูรณ์: $|-12| = 12$ และ $|+7| = 7$ · ตัวมากคือ 12
3. ลบกัน: $12 - 7 = 5$
4. ตัวที่ค่าสัมบูรณ์มากกว่าคือ -12 ซึ่งเป็นลบ คำตอบจึงเป็นลบ

ตอบ -5

ตัวอย่าง 2

อุณหภูมิตอนเช้า -6°C ตอนบ่ายสูงขึ้น 10 องศา ตอนบ่ายอุณหภูมิเท่าไร

วิธีทำ

1. “สูงขึ้น 10” คือบวกด้วย $+10$ จึงเขียนได้ว่า $(-6) + (+10)$
2. เครื่องหมายต่างกัน: $10 - 6 = 4$
3. ตัวที่ค่าสัมบูรณ์มากกว่าคือ $+10$ คำตอบจึงเป็นบวก

ตอบ 4°C

1.4 การลบจำนวนเต็ม

ข้อดีของหัวข้อนี้คือ **ไม่มีกฎใหม่เลย** เราแปลงการลบให้กลายเป็นการบวก แล้วใช้กฎ 1.3 ที่เพิ่งเรียนไป

กฎเดียวของการลบ

$$a - b = a + (-b)$$

“ลบด้วยอะไร = บวกด้วยตัวตรงข้ามของสิ่งนั้น”

นิยาม

จำนวนตรงข้าม (Additive inverse)

จำนวนที่บวกกับตัวมันแล้วได้ศูนย์ · ตัวตรงข้ามของ 7 คือ -7 และตัวตรงข้ามของ -7 คือ 7 เพราะ $7 + (-7) = 0$

- ขั้นตอนทำ 3 จังหวะ

- เปลี่ยนเครื่องหมายลบตรงกลางเป็นบวก
- พลิกเครื่องหมายของตัวหลัง
- ใช้กฎการบวกใน 1.3

- ผลที่ตามมาที่ควรสังเกต

- $5 - 8 = 5 + (-8) = -3 \rightarrow$ ตัวน้อยลบตัวมากได้ และได้คำตอบติดลบ
- $5 - (-8) = 5 + 8 = 13 \rightarrow$ ลบด้วยจำนวนลบ ทำให้ผลลัพธ์มากขึ้น

ตัวอย่าง 1

จงหาค่าของ $(-4) - (-11)$

วิธีทำ

1. เปลี่ยนลบเป็นบวก แล้วพลิกเครื่องหมายตัวหลัง: $(-4) + (+11)$
2. เครื่องหมายต่างกัน: $11 - 4 = 7$
3. ตัวที่ค่าสัมบูรณ์มากกว่าคือ $+11$ คำตอบจึงเป็นบวก

ตอบ 7

ตัวอย่าง 2

ยอดเงินในบัญชี -350 บาท ถูกยกหนีไป 500 บาท ยอดใหม่เท่าไร

วิธีทำ

1. “ยกหนี 500” คือเอาหนี 500 ออก จึงเขียนว่า $(-350) - (-500)$
2. แปลงเป็นบวก: $(-350) + 500$
3. $500 - 350 = 150$ และตัวมากเป็นบวก

ตอบ $+150$ บาท (มีเงินเหลือ 150 บาท)

⚠ ข้อควรระวัง

อย่าจำแบบ “ลบลบเป็นบวก” ลอย ๆ เพราะมันใช้กับ การคูณ ก็ได้และใช้กับ เครื่องหมาย สองตัวติดกัน ก็ได้ แล้วจะสับสน · จำเป็นประโยคเต็มว่า “ลบด้วยจำนวนลบ = บวกด้วย จำนวนบวก” จะไม่มีวันพลาด

1.5 การคูณและการหารจำนวนเต็ม

การคูณและการหารใช้กฎเครื่องหมายชุดเดียวกันเป๊ะ ๆ คิดตัวเลขก่อน แล้วค่อยตัดสินเครื่องหมายทีหลัง

ตัวหน้า	ตัวหลัง	ผลลัพธ์	ตัวอย่าง
บวก	บวก	บวก	$(+6) \times (+3) = +18$
ลบ	ลบ	บวก	$(-6) \times (-3) = +18$
บวก	ลบ	ลบ	$(+6) \times (-3) = -18$
ลบ	บวก	ลบ	$(-6) \div (+3) = -2$

กฎเครื่องหมาย (ใช้ได้ทั้งคูณและหาร)

- วิธีจำที่ไม่ต้องท่องตาราง
 - เครื่องหมายเหมือนกัน $\rightarrow$ บวก $\cdot$ เครื่องหมายต่างกัน $\rightarrow$ ลบ
 - หรือนับจำนวนตัวลบ: ลบ จำนวนคู่ ตัว $\rightarrow$ ผลบวก $\cdot$ ลบ จำนวนคี่ ตัว $\rightarrow$ ผลลบ
- ข้อควรระวังเรื่องศูนย์
 - $0 \times a = 0$ เสมอ ไม่ว่า a จะเป็นอะไร
 - $0 \div a = 0$ เมื่อ $a \neq 0$
 - $a \div 0$ ไม่นิยาม — หารด้วยศูนย์ไม่ได้

ตัวอย่าง 1

จงหาค่าของ $(-4) \times (+7) \times (-2)$

วิธีทำ

- คิดตัวเลขก่อน: $4 \times 7 \times 2 = 56$
- นับตัวลบ: มี 2 ตัว (-4 และ -2) เป็นจำนวนคู่
- จำนวนคู่ $\rightarrow$ ผลลัพธ์เป็นบวก

ตอบ $+56$

ตัวอย่าง 2

จงหาค่าของ $(-72) \div (+9)$

วิธีทำ

1. คิดตัวเลข: $72 \div 9 = 8$
2. เครื่องหมายต่างกัน $\rightarrow$ ผลลัพธ์เป็นลบ

ตอบ -8

🔍 ทำไมถึงเป็นแบบนี้

ทำไม **ลบ $\times$ ลบ ถึงเป็นบวก**? ลองดูแบบรูปนี้: $(-3) \times 2 = -6$, $(-3) \times 1 = -3$, $(-3) \times 0 = 0$ · ทุกครั้งที่ตัวคูณลดลง 1 ผลลัพธ์ **เพิ่มขึ้น 3** ถ้าเดินต่อไปอีกขั้น $(-3) \times (-1)$ ก็ต้องเป็น $+3$ ไม่มีทางเป็นอย่างอื่นถ้าแบบรูปจะยังคงเดิม

1.6 สมบัติของจำนวนเต็ม

สมบัติเหล่านี้ไม่ใช่ของท้องถิ่น แต่คือ **ใบอนุญาต** ที่บอกว่าเราสลับหรือจัดกลุ่มตัวเลขใหม่ได้โดยคำตอบไม่เปลี่ยน — ซึ่งเป็นสิ่งที่ทำให้คิดเลขเร็วขึ้นมาก

สมบัติ	การบวก	การคูณ
การสลับที่	$a + b = b + a$	$a \times b = b \times a$
การเปลี่ยนหมู่	$(a + b) + c = a + (b + c)$	$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$
การมีเอกลักษณ์	$a + 0 = a$	$a \times 1 = a$
การมีตัวผกผัน	$a + (-a) = 0$	— (จำนวนเต็มไม่มีในบททั่วไป)

สมบัติการแจกแจง

$$a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$$

สมบัติเดียวที่เชื่อมการคูณกับการบวกเข้าด้วยกัน และเป็นตัวที่ใช้บ่อยที่สุดในพีชคณิต ม.ต้น

ตัวอย่าง 1

จงหาค่าของ $25 \times (-4) \times (-7)$ โดยใช้สมบัติให้คิดในใจได้

วิธีทำ

1. สมบัติการสลับที่และเปลี่ยนหมู่ ให้เราจับคู่ตัวไหนก่อนก็ได้
2. จับ $25 \times (-4)$ ก่อน เพราะได้เลขกลม: $25 \times 4 = 100$ และเครื่องหมายต่างกัน $\rightarrow -100$
3. เหลือ $(-100) \times (-7) \cdot 100 \times 7 = 700$ และเครื่องหมายเหมือนกัน $\rightarrow$ บวก

ตอบ 700

ตัวอย่าง 2

จงหาค่าของ $(-6) \times 98$ โดยใช้สมบัติการแจกแจง

วิธีทำ

1. เขียน $98 = 100 - 2$
2. $(-6) \times (100 - 2) = (-6)(100) + (-6)(-2)$
3. $= -600 + 12$

ตอบ -588

💡 เคล็ดลับ

การลบไม่มีสมบัติการสลับที่ ลองดู: $5 - 3 = 2$ แต่ $3 - 5 = -2$ ไม่เท่ากัน · การหารก็เช่นกัน $8 \div 2 \neq 2 \div 8$ · สมบัติสลับที่และเปลี่ยนหมู่มีเฉพาะ **บวกกับคูณ** เท่านั้น

🎯 สรุปสิ่งที่ต้องจำจากบทนี้

- 1 จำนวนเต็ม = จำนวนเต็มลบ + ศูนย์ + จำนวนเต็มบวก · ศูนย์ไม่เป็นทั้งบวกและลบ
- 2 บนเส้นจำนวน ขวากว่า = มากกว่าเสมอ ดังนั้นจำนวนลบยิ่งตัวเลขใหญ่ยิ่งน้อย
- 3 การลบทุกครั้งแปลงเป็นการบวกได้: $a - b = a + (-b)$
- 4 กฎเครื่องหมายของคูณและหารเหมือนกัน: เหมือนกัน $\rightarrow$ บวก ต่างกัน $\rightarrow$ ลบ
- 5 สมบัติสลับที่/เปลี่ยนหมู่มีเฉพาะการบวกและการคูณ ไม่มีในการลบและการหาร

การสร้างทางเรขาคณิต

Geometric Construction

สร้างรูปเรขาคณิตด้วย **วงเวียนกับสันตรง** เท่านั้น ห้ามวัดด้วยไม้บรรทัดหรือไม้วอร์แทกเตอร์ — เป็นบทที่ฝึกให้เห็นว่าเหตุผลทางเรขาคณิตแม่นยำกว่าการวัดด้วยตา

สวท.: การวัดและเรขาคณิต · Common Core: 7.G · Lower Secondary Stage 7–8 — Geometrical constructions

2.1 เครื่องมือและกติกา

การสร้างทางเรขาคณิต (construction) ต่างจากการวาดตรงที่มีกติกาชัดเจน และผลลัพธ์ **ถูกต้องแน่นอน** ไม่ขึ้นกับความแม่นยำของมือหรือสายตา

- เครื่องมือที่ใช้ได้มีแค่ 2 อย่าง
 - สันตรง (straightedge)** — ใช้ลากเส้นตรงเท่านั้น ห้ามใช้สเกลวัดความยาว
 - วงเวียน (compass)** — ใช้เขียนวงกลมหรือส่วนโค้ง และใช้ “ถ่ายทอระยะ” จากที่หนึ่ง ไปอีกที่หนึ่ง
- สิ่งที่ห้ามใช้
 - ไม้บรรทัดวัดเซนติเมตร
 - ไม้วอร์แทกเตอร์วัดองศา
 - การกะด้วยสายตา

ทำไมถึงเป็นแบบนี้

ทำไมถึงจำกัดเครื่องมือขนาดนี้? เพราะ **การวัดมีความคลาดเคลื่อนเสมอ** ไม้บรรทัดที่ละเอียดที่สุดก็ยังอ่านผิดได้ครึ่งมิลลิเมตร แต่การสร้างด้วยวงเวียนใช้ “ระยะเท่ากันเพราะเป็นรัศมีวงเดียวกัน” ซึ่ง **เท่ากันจริงโดยไม่ต้องวัด** — นี่คือแก่นของการให้เหตุผลทางเรขาคณิต

2.2 การสร้างพื้นฐาน

① สร้างส่วนของเส้นตรงให้ยาวเท่าของเดิม

- ลากรังสีจากจุด P ไปทางที่ต้องการ

2. กางวงเวียนให้ปลายทั้งสองอยู่ที่ปลายทั้งสองของส่วนของเส้นตรง AB (นี่คือการ “จับระยะ” AB ไว้)
3. ยกววงเวียนมาปักที่ P โดย **ไม่เปลี่ยนความกว้าง** แล้วเขียนส่วนโค้งตัดรังสีที่จุด Q
4. จะได้ $PQ = AB$ เพราะเป็นระยะเดียวกันที่ถ่ายทอดมา

② แบ่งครึ่งส่วนของเส้นตรง (และได้เส้นตั้งฉากจากแถมมาด้วย)

1. ปักวงเวียนที่ A กางให้ **มากกว่าครึ่งหนึ่ง** ของ AB แล้วเขียนส่วนโค้งทั้งบนและล่าง
2. ปักที่ B ด้วยความกว้างเดิม เขียนส่วนโค้งให้ตัดกับของเดิม ได้จุดตัด 2 จุด
3. ลากเส้นผ่านจุดตัดทั้งสอง เส้นนี้จะตัด AB ที่จุดกึ่งกลางพอดี

💡 เคล็ดลับ

เส้นที่ได้จากข้อ ② คือ **เส้นแบ่งครึ่งและตั้งฉาก (perpendicular bisector)** มันให้ของสองอย่างพร้อมกัน: จุดกึ่งกลาง และมุมฉาก. ถ้าโจทย์ขอมุม 90° ให้นึกถึงวิธีนี้ก่อนเสมอ

③ แบ่งครึ่งมุม

1. ปักวงเวียนที่จุดยอดมุม O เขียนส่วนโค้งตัดแขนทั้งสองข้างที่จุด X และ Y
2. ปักที่ X กางพอประมาณ เขียนส่วนโค้งไว้ในมุม
3. ปักที่ Y ด้วยความกว้างเดิม เขียนส่วนโค้งตัดกัน ได้จุด Z
4. ลาก OZ จะแบ่งมุมออกเป็นสองมุมที่เท่ากันพอดี

- มุมที่สร้างได้จากการแบ่งครึ่งซ้ำ ๆ

- 90° จากเส้นตั้งฉาก · แบ่งครึ่งได้ 45° · แบ่งอีกได้ 22.5°
- 60° จากสามเหลี่ยมด้านเท่า · แบ่งครึ่งได้ 30° · แบ่งอีกได้ 15°
- รวมกันได้อีกหลายมุม เช่น $60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$ หรือ $90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$

2.3 เส้นตั้งฉากและเส้นขนาน

สร้างเส้นตั้งฉากจากจุดนอกเส้น

- 1 ปีกวงเวียนที่จุด P (จุดนอกเส้น) กางให้กว้างพอจะตัดเส้นตรงได้ 2 จุด เรียกว่า A และ B
- 2 ปีกที่ A แล้วที่ B ด้วยความกว้างเท่ากัน เขียนส่วนโค้งตัดกันอีกฝั่งของเส้น ได้จุด Q
- 3 ลาก PQ จะตั้งฉากกับเส้นเดิม

สร้างเส้นขนานผ่านจุดที่กำหนด

- 1 จากจุด P ลากเส้นเฉียงตัดเส้นเดิมที่จุด A (เส้นนี้เรียกว่าเส้นตัดขวาง)
- 2 สร้างมุมที่ P ให้ **เท่ากับ** มุมที่ A โดยวางในตำแหน่งมุมแย้ง
- 3 ลากแขนของมุมใหม่ออกไป จะได้เส้นที่ขนานกับเส้นเดิม

🔍 ทำไมถึงเป็นแบบนี้

วิธีสร้างเส้นขนานข้างบนใช้ข้อเท็จจริงว่า **ถ้ามุมแย้งเท่ากัน แล้วเส้นสองเส้นนั้นขนานกัน** — ไม่ได้ขนานเพราะ “ดูแล้วขนาน” แต่ขนานเพราะมีเหตุผลรองรับ

2.4 การนำไปใช้

- สร้างรูปสามเหลี่ยมเมื่อรู้ด้านทั้งสาม (ส.ส.ส.)
 - ลากด้านที่ยาวที่สุดเป็นฐานก่อน
 - ใช้วงเวียนกางเท่าด้านที่ 2 ปีกที่ปลายซ้าย เขียนส่วนโค้ง
 - กางเท่าด้านที่ 3 ปีกที่ปลายขวา เขียนส่วนโค้งตัดกัน จุดตัดคือยอดสามเหลี่ยม
- ข้อควรระวังก่อนสร้าง — **สร้างไม่ได้เสมอไป**
 - ด้านสองด้านรวมกันต้อง **ยาวกว่า** ด้านที่สาม ไม่งั้นส่วนโค้งจะไม่ตัดกัน
 - เช่น 3, 4, 9 สร้างสามเหลี่ยมไม่ได้ เพราะ $3 + 4 = 7 < 9$

ตัวอย่าง

ความยาวชุดใดสร้างรูปสามเหลี่ยมได้: (ก) 5, 6, 10 (ข) 2, 3, 6

วิธีทำ

1. เกณฑ์: ผลบวกของสองด้านที่สั้นกว่า ต้องมากกว่าด้านที่ยาวที่สุด
2. (ก) $5 + 6 = 11$ ซึ่ง $11 > 10 \rightarrow$ สร้างได้
3. (ข) $2 + 3 = 5$ ซึ่ง $5 < 6 \rightarrow$ สร้างไม่ได้

ตอบ (ก) สร้างได้ · (ข) สร้างไม่ได้

สรุปสิ่งที่ต้องจำจากบทนี้

- 1 การสร้างใช้ได้แค่วงเวียนกับสันตรง — ห้ามวัดความยาวและห้ามวัดองศา
- 2 วงเวียนมีหน้าที่หลักคือ “ถ่ายทอดระยะให้เท่ากันโดยไม่ต้องวัด”
- 3 การแบ่งครึ่งส่วนของเส้นตรงให้มุมฉากมาด้วยฟรี ๆ
- 4 แบ่งครึ่งมุมซ้ำ ๆ สร้างได้ทั้ง 45° , 30° , 22.5° , 15°
- 5 สามเหลี่ยมสร้างได้ก็ต่อเมื่อผลบวกของสองด้านสั้นกว่า มากกว่าด้านยาวที่สุด

เลขยกกำลัง

Exponents (Indices)

วิธีเขียน “คุณตัวเองซ้ำ ๆ” ให้สั้นลง พร้อมกฎการคูณและการหารที่ทำให้จัดการเลขมหาศาลได้ในบรรทัดเดียว — และสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ที่นักวิทยาศาสตร์ทั้งโลกใช้

สวท.: จำนวนและพีชคณิต · Common Core: 8.EE · Lower Secondary Stage 8 — Indices and standard form

3.1 ความหมายของเลขยกกำลัง

นิยาม

เลขยกกำลัง

a^n อ่านว่า “ a ยกกำลัง n ” หมายถึงเอา a มาคูณกันทั้งหมด n ตัว โดย a เรียกว่า **ฐาน** และ n เรียกว่า **เลขชี้กำลัง**

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ ตัว}}$$

$$\text{เช่น } 2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$$

• กรณีพิเศษที่ต้องจำ

- $a^1 = a$ — คุณตัวเดียวก็คือตัวมันเอง
- $a^0 = 1$ เมื่อ $a \neq 0$ — ดูเหตุผลในกล่อง “ทำไม” ด้านล่าง
- $1^n = 1$ เสมอ ไม่ว่า n จะเท่าไร

• จุดที่พลาดกันมากที่สุด — ฐานติดลบกับวงเล็บ

- $(-2)^4 = (-2)(-2)(-2)(-2) = +16$ · ลบ 4 ตัว เป็นจำนวนคู่ → บวก
- $-2^4 = -(2^4) = -16$ · เครื่องหมายลบ **ไม่ได้อยู่ในวงเล็บ** จึงไม่ถูกยกกำลังไปด้วย
- $(-2)^3 = -8$ · ลบ 3 ตัว เป็นจำนวนคี่ → ลบ

🔍 ทำไมถึงเป็นแบบนี้

ทำไม $a^0 = 1$? ดูแบบรูปการหารด้วยฐานทีละขั้น: $2^3 = 8$, $2^2 = 4$, $2^1 = 2$ · ทุกครั้งที่เลขชี้กำลังลดลง 1 ค่าจะถูกหารด้วย 2 ขั้นต่อไปจึงต้องเป็น $2 \div 2 = 1$ นั่นคือ $2^0 = 1$ ·

ไม่ใช่ข้อตกลงลอย ๆ แต่เป็นสิ่งที่ทำให้กฎอื่นไม่ขัดกันเอง

3.2 กฎการคูณและการหารเลขยกกำลัง

กฎทั้งหมดในหัวข้อนี้ใช้ได้ เฉพาะเมื่อฐานเหมือนกัน เท่านั้น ถ้าฐานต่างกันต้องกระจายออกมาคิดตรง ๆ

กฎการคูณ — ฐานเดียวกัน บวกเลขชี้กำลัง

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

เพราะเอา m ตัวมาต่อกับ n ตัว ก็ได้ทั้งหมด $m + n$ ตัว

กฎการหาร — ฐานเดียวกัน ลบเลขชี้กำลัง

$$a^m \div a^n = a^{m-n} \quad (a \neq 0)$$

เพราะตัวบนกับตัวล่างตัดกันไปได้ n ตัว เหลือ $m - n$ ตัว

กฎอื่นที่ตามมา

$$(a^m)^n = a^{mn} \quad (ab)^n = a^n b^n \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

ตัวอย่าง 1

จงหาค่าของ $\frac{3^7 \times 3^2}{3^5}$

วิธีทำ

1. ตัวเศษ ฐานเดียวกัน จึงบวกเลขชี้กำลัง: $3^7 \times 3^2 = 3^9$

2. หารด้วย 3^5 จึงลบเลขชี้กำลัง: $3^{9-5} = 3^4$

3. $3^4 = 81$

ตอบ 81

ตัวอย่าง 2

จงทำ $(2^3)^2 \times 2$ ให้อยู่ในรูปเลขยกกำลังฐาน 2

วิธีทำ

1. $(2^3)^2 = 2^{3 \times 2} = 2^6$
2. $2 = 2^1$ จึงได้ $2^6 \times 2^1 = 2^{6+1}$

ตอบ 2^7 (มีค่าเท่ากับ 128)

⚠ ข้อควรระวัง

$2^3 \times 3^3$ ไม่เท่ากับ 6^6 · ฐานต่างกันจึงบวกเลขชี้กำลังไม่ได้ ต้องใช้กฎ $(ab)^n = a^n b^n$
ย้อนกลับ: $2^3 \times 3^3 = (2 \times 3)^3 = 6^3 = 216$

3.3 สัญกรณ์วิทยาศาสตร์

นิยาม

สัญกรณ์วิทยาศาสตร์ (Scientific notation / Standard form)

การเขียนจำนวนในรูป $A \times 10^n$ โดยที่ $1 \leq A < 10$ และ n เป็นจำนวนเต็ม · ใช้เขียนจำนวนที่ใหญ่มากหรือเล็กมากให้อ่านและเขียนกันได้

วิธีแปลงเป็นสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

1. เลื่อนจุดทศนิยมให้เหลือเลขโดดหน้าจุดเพียงตัวเดียว (ค่าต้องอยู่ระหว่าง 1 ถึงน้อยกว่า 10)
2. นับว่าเลื่อนไปกี่ตำแหน่ง นั่นคือค่าของ n
3. เลื่อนไป ทางซ้าย $\rightarrow n$ เป็นบวก · เลื่อนไป ทางขวา $\rightarrow n$ เป็นลบ

ตัวอย่าง 1

เขียน 384,000 ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

วิธีทำ

1. เลื่อนจุดจากท้ายสุดมาอยู่หลังเลข 3 $\rightarrow$ ได้ 3.84
2. นับตำแหน่งที่เลื่อน: 5 ตำแหน่ง และเลื่อนไปทางซ้าย จึงเป็น $+5$

ตอบ 3.84×10^5

ตัวอย่าง 2

เขียน 0.00072 ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

วิธีทำ

1. เลื่อนจุดไปทางขวาจนได้ 7.2
2. เลื่อน 4 ตำแหน่ง และเป็นทางขวา จึงเป็น -4

ตอบ 7.2×10^{-4}

ปริมาณ	ค่าปกติ	สัญกรณ์วิทยาศาสตร์
ระยะทางโลก-ดวงอาทิตย์	150,000,000 กม.	1.5×10^8 กม.
อัตราเร็วแสง	300,000,000 ม./วินาที	3×10^8 ม./วินาที
เส้นผ่านศูนย์กลางเซลล์เม็ดเลือดแดง	0.0000075 ม.	7.5×10^{-6} ม.

ตัวเลขที่เจอจริงในวิชาวิทยาศาสตร์

💡 เคล็ดลับ

ประโยชน์ที่แท้จริงของสัญกรณ์นี้คือ เทียบขนาดได้ทันที $\cdot 10^8$ กับ 10^6 ต่างกัน 100 เท่า
อ่านออกจากเลขชี้กำลังได้เลยโดยไม่ต้องนับศูนย์

🎯 สรุปสิ่งที่ต้องจำจากบทนี้

- 1 a^n คือ a คูณกัน n ตัว $\cdot a = \text{ฐาน} \cdot n = \text{เลขชี้กำลัง}$
- 2 $(-2)^4 = 16$ แต่ $-2^4 = -16$ — วงเล็บเปลี่ยนคำตอบ
- 3 ฐานเดียวกันเท่านั้นจึงบวก/ลบเลขชี้กำลังได้: $a^m a^n = a^{m+n}$, $a^m \div a^n = a^{m-n}$
- 4 $a^0 = 1$ เมื่อ $a \neq 0$ เพราะเป็นค่าเดียวที่ทำให้กฎอื่นไม่ขัดกัน
- 5 สัญกรณ์วิทยาศาสตร์: $A \times 10^n$ โดย $1 \leq A < 10$

ทศนิยมและเศษส่วน

Decimals and Fractions

สองวิธีเขียน “จำนวนที่ไม่เต็มหน่วย” ที่จริงแล้วเป็นสิ่งเดียวกัน บทนี้ทบทวนการดำเนินการทั้งสี่ให้แน่น และสอนวิธีสลับไปมาระหว่างสองรูปแบบเมื่อรูปหนึ่งคิดง่ายกว่า

สสวท.: จำนวนและพีชคณิต · Common Core: 6.NS, 7.NS · Lower Secondary Stage 7 — Fractions, decimals and percentages

4.1 ทศนิยมและการเปรียบเทียบ

ทศนิยมคือการขยายระบบหลักที่เรารู้จักอยู่แล้วให้เลยจุดออกไปทางขวา หลักทางขวาของจุดมีค่าลดลงทีละ 10 เท่า เหมือนหลักทางซ้ายที่เพิ่มขึ้นทีละ 10 เท่า

หลัก	เลขโดด	ค่าประจำหลัก	มีค่าเท่ากับ
ร้อย	3	100	300
สิบ	2	10	20
หน่วย	5	1	5
ส่วนสิบ	4	$\frac{1}{10}$	0.4
ส่วนร้อย	7	$\frac{1}{100}$	0.07
ส่วนพัน	6	$\frac{1}{1000}$	0.006

ค่าประจำหลักของ 325.476

วิธีเปรียบเทียบทศนิยม

- 1 เที่ยบจำนวนเต็มหน้าจุดก่อน ถ้าต่างก็ตัดสินได้เลย
- 2 ถ้าเท่ากัน ให้ไล่เทียบทีละหลักจากซ้ายไปขวา: ส่วนสิบ → ส่วนร้อย → ส่วนพัน
- 3 ถ้าจำนวนหลักไม่เท่ากัน ให้ **เติมศูนย์ท้าย** ให้เท่ากันก่อน (เติมแล้วค่าไม่เปลี่ยน)

⚠ ข้อควรระวัง

0.7 มากกว่า 0.65 แม้ว่า 65 จะใหญ่กว่า 7 · เดิมศูนย์ให้เห็นชัด ๆ: 0.70 กับ 0.65 → เทียบส่วนสิบ $7 > 6$ จบ · การนับจำนวนหลักไม่เกี่ยวกับความมากน้อยเลย

4.2 การบวก ลบ คูณ หารทศนิยม

- **บวกและลบ** — จัดต้องตรงกัน
 - เขียนให้จุดทศนิยมอยู่ตรงกันในแนวดิ่ง เดิมศูนย์ให้ครบหลัก
 - บวกหรือลบตามปกติ แล้ววางจุดในคำตอบตรงกับข้างบน
- **คูณ** — ไม่ต้องสนใจจุดตอนคูณ
 - คูณเหมือนจำนวนเต็มไปก่อน
 - นับจำนวนตำแหน่งทศนิยมของ **ทั้งสองตัวรวมกัน**
 - ใส่จุดในคำตอบให้มีตำแหน่งทศนิยมเท่าจำนวนที่นับได้
- **หาร** — ทำตัวหารให้เป็นจำนวนเต็มก่อน
 - เลื่อนจุดของตัวหารไปขวาจนหมดทศนิยม
 - เลื่อนจุดของตัวตั้งไปขวา **จำนวนตำแหน่งเท่ากัน**
 - แล้วหารตามปกติ

ตัวอย่าง 1

จงหาค่าของ 2.4×0.35

วิธีทำ

1. คูณเหมือนจำนวนเต็มก่อน: $24 \times 35 = 840$
2. นับตำแหน่งทศนิยม: 2.4 มี 1 ตำแหน่ง · 0.35 มี 2 ตำแหน่ง · รวม 3 ตำแหน่ง
3. ใส่จุดให้มี 3 ตำแหน่ง: 0.840

ตอบ 0.84

ตัวอย่าง 2

จงหาค่าของ $7.2 \div 0.9$

วิธีทำ

1. ตัวหาร 0.9 มี 1 ตำแหน่ง เลื่อนจุดไปขวา 1 ที่ ได้ 9

2. ตัวตั้งต้องเลื่อนเท่ากับ 1 ที่: $7.2 \rightarrow 72$

3. หารตามปกติ: $72 \div 9 = 8$

ตอบ 8

🔍 ทำไมถึงเป็นแบบนี้

การเลื่อนจุดทั้งตัวตั้งและตัวหารเท่ากัน คือการคูณทั้งเศษและส่วนด้วย 10 (หรือ 100, 1000) ซึ่ง **ไม่เปลี่ยนค่าของผลหาร** เหมือนกับ $\frac{7.2}{0.9} = \frac{72}{9}$ นั่นเอง

4.3 เศษส่วนและการดำเนินการ

บวกและลบ — ต้องมีส่วนเท่ากันก่อน

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$$

ในทางปฏิบัติให้ใช้ ค.ร.น. ของตัวส่วน จะได้ตัวเลขเล็กกว่า

คูณและหาร

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

หารเศษส่วน = คูณด้วยส่วนกลับ (พลิกตัวหลัง)

ตัวอย่าง 1

จงหาค่าของ $\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$

วิธีทำ

1. ค.ร.น. ของ 3 กับ 4 คือ 12

$$2. \frac{2}{3} = \frac{8}{12} \text{ และ } \frac{1}{4} = \frac{3}{12}$$

$$3. \frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{11}{12}$$

ตอบ $\frac{11}{12}$

ตัวอย่าง 2

จงหาค่าของ $\frac{3}{4} \div \frac{2}{5}$

วิธีทำ

1. พลิกตัวหลังแล้วเปลี่ยนเป็นคูณ: $\frac{3}{4} \times \frac{5}{2}$
2. คูณเศษกับเศษ ส่วนกับส่วน: $\frac{15}{8}$
3. เขียนเป็นจำนวนคละ: $15 \div 8 = 1$ เศษ 7

ตอบ $\frac{15}{8}$ หรือ $1\frac{7}{8}$

⚠ ข้อควรระวัง

การคูณไม่ต้องทำส่วนให้เท่ากัน นักเรียนจำนวนมากเผลอเอากฎการบวกมาใช้ในการคูณ

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6} \text{ ไม่ใช่ } \frac{8}{12} \times \frac{3}{12}$$

4.4 ความสัมพันธ์ระหว่างทศนิยมกับเศษส่วน

ทศนิยม $\rightarrow$ เศษส่วน

- 1 อ่านชื่อหลักสุดท้าย เช่น 0.375 หลักสุดท้ายคือส่วนพัน
- 2 เขียนเป็นเศษส่วนที่มีตัวส่วนตามนั้น: $\frac{375}{1000}$
- 3 ทำให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำโดยหารด้วย ห.ร.ม.

เศษส่วน $\rightarrow$ ทศนิยม

- 1 เอาตัวเศษหารด้วยตัวส่วนตรง ๆ
- 2 เช่น $\frac{5}{8}$ คือ $5 \div 8 = 0.625$

ตัวอย่าง

เขียน 0.375 ให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ

วิธีทำ

1. หลักสุดท้ายเป็นส่วนพัน $\rightarrow \frac{375}{1000}$
2. ห.ร.ม. ของ 375 กับ 1000 คือ 125
3. $\frac{375 \div 125}{1000 \div 125} = \frac{3}{8}$

ตอบ $\frac{3}{8}$

เศษส่วน	ทศนิยม	ร้อยละ
$\frac{1}{2}$	0.5	50%
$\frac{1}{4}$	0.25	25%
$\frac{3}{4}$	0.75	75%
$\frac{1}{5}$	0.2	20%
$\frac{1}{8}$	0.125	12.5%
$\frac{1}{3}$	0.333 ...	33. $\bar{3}$ %

ค่าที่ควรจำให้ขึ้นใจ (ช่วยได้ทั้งบทร้อยละและบทสัดส่วน)

สรุปสิ่งที่ต้องจำจากบทนี้

- 1 เทียบทศนิยมต้องเทียบทีละหลัก ไม่ใช่นับจำนวนหลัก — $0.7 > 0.65$
- 2 คุณทศนิยม: คุณเหมือนจำนวนเต็ม แล้วนับตำแหน่งทศนิยมรวมกัน
- 3 หารทศนิยม: เลื่อนจุดตัวหารให้เป็นจำนวนเต็ม แล้วเลื่อนตัวตั้งเท่ากัน
- 4 บวก/ลบเศษส่วนต้องทำส่วนเท่ากัน แต่คุณ/หารไม่ต้อง
- 5 หารเศษส่วน = คุณด้วยส่วนกลับ

รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

Two- and Three-Dimensional Shapes

ฝึกมองรูปทรงสามมิติแล้วแปลงกลับเป็นภาพสองมิติ — หน้าที่ตัดที่ได้จากการผ่า ภาพที่เห็นจากแต่ละด้าน และรูปคลี่ที่พับกลับเป็นทรงเดิมได้

สสวท.: การวัดและเรขาคณิต · Common Core: 7.G · Lower Secondary Stage 7 — 3D shapes, nets, plans and elevations

5.1 รูปเรขาคณิตสามมิติ

- **ปริซึม (Prism)** — หน้าที่ตัดขวางเหมือนกันตลอดความยาว
 - ตั้งชื่อตามรูปฐาน: ปริซึมสามเหลี่ยม ปริซึมห้าเหลี่ยม
 - ฐานสองหน้าเท่ากันและขนานกัน หน้าข้างเป็นสี่เหลี่ยมมุมฉาก
 - ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากและลูกบาศก์ก็คือปริซึมสี่เหลี่ยม
- **พีระมิด (Pyramid)** — มีฐานหนึ่งหน้าและยอดแหลมหนึ่งจุด
 - ตั้งชื่อตามรูปฐานเช่นกัน: พีระมิดฐานสี่เหลี่ยม พีระมิดฐานสามเหลี่ยม
 - หน้าข้างทุกหน้าเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มารวมกันที่ยอด
- **รูปทรงที่มีผิวโค้ง**
 - ทรงกระบอก — ฐานเป็นวงกลมสองวงเท่ากัน
 - กรวย — ฐานวงกลมหนึ่งวงกับยอดแหลม
 - ทรงกลม — ทุกจุดบนผิวห่างจากจุดศูนย์กลางเท่ากัน

สูตรออยเลอร์ (ใช้ได้กับทรงหลายหน้า)

$$V - E + F = 2$$

$$V = \text{จำนวนจุดยอด} \cdot E = \text{จำนวนขอบ} \cdot F = \text{จำนวนหน้า} \cdot \text{ลูกบาศก์: } 8 - 12 + 6 = 2 \checkmark$$

5.2 หน้าที่ตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ

นิยาม

หน้าที่ตัด (Cross-section)

รูปสองมิติที่ได้เมื่อใช้ระนาบผ่ารูปทรงสามมิติออกเป็นสองส่วน — เหมือนหั่นแครอทแล้วดูหน้าที่ถูกหั่น

รูปทรง	ตัดขนานกับฐาน	ตัดตั้งฉากกับฐาน (ผ่านแกน)
ทรงกระบอก	วงกลม (ขนาดเท่าฐานเสมอ)	สี่เหลี่ยมมุมฉาก
กรวย	วงกลม (เล็กลงเมื่อเข้าใกล้ยอด)	สามเหลี่ยม
ทรงกลม	วงกลม (ใหญ่สุดเมื่อผ่านศูนย์กลาง)	วงกลม
ปริซึมสามเหลี่ยม	สามเหลี่ยมเท่าฐาน	สี่เหลี่ยมมุมฉาก
พีระมิดฐานสี่เหลี่ยม	สี่เหลี่ยม (เล็กลงเมื่อเข้าใกล้ยอด)	สามเหลี่ยม

หน้าตัดที่พบบ่อย

💡 เคล็ดลับ

จุดต่างสำคัญ: **ปริซึมกับทรงกระบอกมีหน้าตัดขนานฐานเท่าเดิมเสมอ** ส่วน **พีระมิดกับกรวยหน้าตัดจะเล็กลงเรื่อย ๆ** เพราะรูปทรงสอบเข้าห้ายอด — ถ้าจำข้อนี้ได้จะตอบคำถามหน้าตัดได้เกือบทั้งหมด

5.3 ภาพที่ได้จากการมอง

วิศวกรและสถาปนิกเขียนแบบด้วยภาพสามด้านนี้ เพราะภาพสามมิติภาพเดียวมักบอกขนาดที่แท้จริงไม่ครบ

- **ภาพด้านหน้า (front view)** — มองตรงเข้าไปจากด้านหน้า
- **ภาพด้านข้าง (side view)** — มองจากทางซ้ายหรือขวา
- **ภาพด้านบน (top view / plan)** — มองลงมาจากข้างบน

วิธีเขียนภาพสามด้านจากกล่องลูกบาศก์

- 1 มองจากทิศที่ต้องการ แล้ว **ยุบความลึกทิ้ง** เหลือแต่รูปร่างแบน ๆ
- 2 นับความกว้างและความสูงที่เห็นจากทิศนั้น

⚠ ข้อควรระวัง

ภาพสามด้าน **ไม่ได้บอกจำนวนลูกบาศก์ที่แน่นอนเสมอไป** · กองสองกองที่ต่างกันอาจให้ภาพสามด้านเหมือนกันได้ ถ้ามีลูกบาศก์ซ่อนอยู่ด้านหลัง นี่คือเหตุผลที่แบบก่อสร้างจริงต้องมีตัวเลขกำกับด้วย

5.4 รูปคลี่

นิยาม**รูปคลี่ (Net)**

รูปสองมิติที่ได้จากการคลี่ผิวของรูปทรงสามมิติออกมาวางบนระนาบ โดยที่พับกลับแล้วต้องได้รูปทรงเดิมพอดี ไม่ซ้อนกันและไม่มีช่องโหว่

- รูปคลี่ที่ควรรู้

- **ลูกบาศก์** มีรูปคลี่ที่ต่างกัน **11 แบบ** (ไม่นับที่หมุนหรือพลิกแล้วซ้ำกัน)
- **ทรงกระบอก** = สี่เหลี่ยมมุมฉาก 1 รูป + วงกลม 2 วง · ด้านยาวของสี่เหลี่ยมต้องเท่าเส้นรอบวงพอดี
- **กรวย** = ส่วนของวงกลม (sector) 1 ชิ้น + วงกลม 1 วง
- **ทรงกลม** ไม่มีรูปคลี่ — คลี่ให้แบนสนิทไม่ได้ (นี่คือเหตุผลที่แผนที่โลกทุกแบบบิดเบี้ยว)

- วิธีตรวจว่ารูปคลี่ใช้ได้ไหม

- นับจำนวนหน้าให้ตรงกับรูปทรง (ลูกบาศก์ต้องมี 6 รูป)
- ลองพับในใจทีละหน้า ดูว่ามีสองหน้าไหนทับกันหรือไม่
- เทคนิค: ในรูปคลี่ลูกบาศก์ หน้าที่อยู่ตรงข้ามกันจะ **ไม่ติดกัน** และมักห่างกัน 1 ช่อง

ตัวอย่าง

ทรงหลายหน้าหนึ่งมี 6 หน้า และ 12 ขอบ จะมีกี่จุดยอด

วิธีทำ

1. ใช้สูตรออยเลอร์ $V - E + F = 2$
2. แทนค่า: $V - 12 + 6 = 2$

3. $V - 6 = 2$ ดังนั้น $V = 8$

ตอบ 8 จุดยอด (ตรงกับลูกบาศก์)

🎯 สรุปสิ่งที่ต้องจำจากบทนี้

- 1 ปริซึม/ทรงกระบอก: หน้าตัดขนานฐานเท่าเดิมเสมอ · พีระมิด/กรวย: เล็กลงเข้าหา ยอด
- 2 ภาพสามด้าน (หน้า ข้าง บน) คือการยุบมิติความลึกทั้ง
- 3 ภาพสามด้านเหมือนกันไม่ได้แปลว่าเป็นรูปทรงเดียวกัน
- 4 ลูกบาศก์มีรูปคลี่ 11 แบบ · ทรงกลมไม่มีรูปคลี่
- 5 สูตรออยเลอร์ $V - E + F = 2$ ใช้ตรวจคำตอบเรื่องจุดยอด/ขอบ/หน้า

สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

Linear Equations in One Variable

จุดเริ่มต้นของพีชคณิตจริง ๆ — เปลี่ยนโจทย์ภาษาไทยให้เป็นสมการ แล้วแก้หาค่าตัวแปรอย่างเป็นระบบ แทนการเดาแล้วลอง

สวท.: จำนวนและพีชคณิต · Common Core: 7.EE · Lower Secondary Stage 7–8 — Expressions, equations and formulae

6.1 แบบรูปและความสัมพันธ์

ก่อนจะแก้สมการได้ ต้องเขียนสมการเป็นก่อน และการเขียนสมการเริ่มจากการมองเห็นแบบรูปแล้วอธิบายมันด้วยตัวแปร

ตัวอย่าง

ลำดับ 5, 8, 11, 14, ... พจน์ที่ n เป็นเท่าไร

วิธีทำ

- หาผลต่างระหว่างพจน์: $8 - 5 = 3$, $11 - 8 = 3 \rightarrow$ เพิ่มทีละ 3 คงที่
- เพิ่มทีละ 3 แปลว่าในสูตรจะมี $3n$
- ลองแทน $n = 1$: $3(1) = 3$ แต่ต้องการ 5 จึงต้องบวกอีก 2
- ตรวจกับพจน์อื่น $n = 4$: $3(4) + 2 = 14 \checkmark$

ตอบ พจน์ที่ n คือ $3n + 2$

💡 เคล็ดลับ

ผลต่างคงที่คือตัวคูณ เสมอ · ถ้าเพิ่มทีละ 7 สูตรต้องมี $7n$ แล้วค่อยหาว่าต้องบวกหรือลบเท่าไรจึงจะตรงพจน์แรก

6.2 สมการและคำตอบของสมการ

นิยาม

สมการ (Equation)

ประโยคสัญลักษณ์ที่มีเครื่องหมาย = แสดงว่าสองข้างมีค่าเท่ากัน · คำตอบของสมการ คือค่าของตัวแปรที่ทำให้สมการเป็นจริง

• สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือสมการที่

- มีตัวแปรเพียงตัวเดียว
- ตัวแปรมีเลขชี้กำลังเป็น 1 (ไม่มี x^2 , ไม่มี $\sqrt{x}$, ไม่มี x ในตัวส่วน)
- เขียนได้ในรูป $ax + b = 0$ เมื่อ $a \neq 0$

• ตัวอย่างที่ **ไม่ใช่** สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

- $x^2 + 3 = 7$ — เลขชี้กำลังไม่ใช่ 1
- $2x + y = 5$ — มีสองตัวแปร
- $\frac{6}{x} = 2$ — ตัวแปรอยู่ในตัวส่วน

6.3 การแก้สมการ

สมบัติการเท่ากัน — ใบอนุญาตของการแก้สมการ

ถ้า $a = b$ แล้ว $a + c = b + c$, $a - c = b - c$, $ac = bc$, $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ ($c \neq 0$)

ทำอะไรกับข้างหนึ่ง ต้องทำเหมือนกันกับอีกข้างเสมอ — เหมือนตาชั่งที่ต้องสมดุลอยู่ตลอด

ลำดับการแก้ที่ใช้ได้เกือบทุกข้อ

- 1 กระจายวงเล็บให้หมดก่อน
- 2 ถ้ามีเศษส่วน ให้คูณทั้งสองข้างด้วย ค.ร.น. ของตัวส่วนเพื่อล้างเศษส่วน
- 3 ย้ายพจน์ที่มีตัวแปรไปข้างหนึ่ง พจน์ที่เป็นตัวเลขไปอีกข้างหนึ่ง
- 4 รวมพจน์ที่เหมือนกันในแต่ละข้าง
- 5 หารด้วยสัมประสิทธิ์ของตัวแปร
- 6 **ตรวจคำตอบ** โดยแทนกลับลงในสมการเดิม

ตัวอย่าง 1

จงแก้สมการ $3x + 5 = 20$

วิธีทำ

1. ลบ 5 ทั้งสองข้าง: $3x + 5 - 5 = 20 - 5$ ได้ $3x = 15$
2. หารด้วย 3 ทั้งสองข้าง: $x = 5$
3. ตรวจสอบ: $3(5) + 5 = 15 + 5 = 20 \checkmark$

ตอบ $x = 5$

ตัวอย่าง 2

จงแก้สมการ $2(x - 3) = x + 4$

วิธีทำ

1. กระจายวงเล็บ: $2x - 6 = x + 4$
2. ลบ x ทั้งสองข้าง: $x - 6 = 4$
3. บวก 6 ทั้งสองข้าง: $x = 10$
4. ตรวจสอบ: ซ้าย $2(10 - 3) = 14$ · ขวา $10 + 4 = 14 \checkmark$

ตอบ $x = 10$

ตัวอย่าง 3

จงแก้สมการ $\frac{x}{4} + \frac{1}{2} = \frac{5}{4}$

วิธีทำ

1. ค.ร.น. ของตัวส่วนคือ 4 · คูณทุกพจน์ด้วย 4
2. $x + 2 = 5$
3. ลบ 2 ทั้งสองข้าง: $x = 3$
4. ตรวจสอบ: $\frac{3}{4} + \frac{2}{4} = \frac{5}{4} \checkmark$

ตอบ $x = 3$

⚠ ข้อควรระวัง

การ “ย้ายข้าง” ที่ครูสอนคือทางลัดของสมบัติการเท่ากัน — ย้ายแล้ว **ต้องเปลี่ยนเครื่องหมาย** เพราะแท้จริงคือการบวกหรือลบทั้งสองข้าง · ถ้าเผลอย้ายโดยไม่เปลี่ยนเครื่องหมาย คำตอบจะผิดทันที และการตรวจคำตอบจะจับได้

6.4 โจทย์ปัญหาสมการ

5 ขั้นตอนแปลงโจทย์เป็นสมการ

- 1 อ่านโจทย์แล้วถามว่า **โจทย์ถามหาอะไร** — ให้สิ่งนั้นเป็น x
- 2 เขียนปริมาณอื่น ๆ ให้อยู่ในรูปของ x
- 3 หาประโยคในโจทย์ที่บอกว่า “เท่ากับ” แล้วเขียนเป็นสมการ
- 4 แก้สมการ
- 5 **ตอบให้ตรงคำถาม** พร้อมหน่วย และตรวจว่าสมเหตุสมผล

ตัวอย่าง

พ่ออายุมากกว่าลูก 28 ปี อีก 6 ปีข้างหน้า พ่อจะอายุเป็น 3 เท่าของลูก ปัจจุบันลูกอายุกี่ปี

วิธีทำ

1. ให้ปัจจุบันลูกอายุ x ปี $\rightarrow$ พ่ออายุ $x + 28$ ปี
2. อีก 6 ปี: ลูกอายุ $x + 6$ · พ่ออายุ $x + 34$
3. เงื่อนไข “พ่อเป็น 3 เท่าของลูก”: $x + 34 = 3(x + 6)$
4. กระจาย: $x + 34 = 3x + 18$
5. ย้ายข้าง: $34 - 18 = 3x - x$ ได้ $16 = 2x$
6. $x = 8$
7. ตรวจ: ตอนนี้ลูก 8 พ่อ 36 · อีก 6 ปี ลูก 14 พ่อ 42 และ $42 = 3 \times 14 \checkmark$

ตอบ ปัจจุบันลูกอายุ 8 ปี

 สรุปสิ่งที่ต้องจำจากบทนี้

- 1 สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว = ตัวแปรตัวเดียว เลขชี้กำลัง 1 เขียนได้เป็น $ax + b = 0$
- 2 ทำอะไรกับข้างหนึ่ง ต้องทำเหมือนกันกับอีกข้าง — นี่คือนิยามของการแก้สมการ
- 3 ลำดับ: กระจายวงเล็บ → ล้างเศษส่วน → แยกตัวแปรกับตัวเลข → หาร → ตรวจ
- 4 ย้ายข้างต้องเปลี่ยนเครื่องหมายเสมอ
- 5 โจทย์ปัญหา: ให้สิ่งที่โจทย์ถามเป็น x แล้วหาประโยคที่แปลว่า “เท่ากับ”

mathprepai.com

อัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละ

Ratio, Proportion and Percentage

สามเรื่องที่จริงแล้วเป็นเรื่องเดียวกัน — การเปรียบเทียบปริมาณสองอย่าง — และเป็นหัวข้อคณิตศาสตร์ที่ใช้ในชีวิตประจำวันบ่อยที่สุดในทั้งหมด

สวท.: จำนวนและพีชคณิต · Common Core: 6.RP, 7.RP · Lower Secondary Stage 7–8 — Ratio and proportion

7.1 อัตราส่วนและอัตราส่วนที่เท่ากัน

นิยาม

อัตราส่วน (Ratio)

การเปรียบเทียบปริมาณสองปริมาณ เขียน $a : b$ อ่านว่า “ a ต่อ b ” · ลำดับสำคัญ $2 : 3$ ไม่เหมือน $3 : 2$

• อัตราส่วนที่เท่ากัน

- คุณหรือหารทั้งสองจำนวนด้วยจำนวนเดียวกัน (ที่ไม่ใช่ศูนย์) แล้วค่าไม่เปลี่ยน
- $2 : 3 = 4 : 6 = 6 : 9 = 20 : 30$
- อัตราส่วนอย่างต่ำ คือหารด้วย ห.ร.ม. จนหารต่อไม่ได้: $20 : 30 = 2 : 3$

• ข้อควรระวังเรื่องหน่วย

- ต้องทำให้เป็นหน่วยเดียวกันก่อนเสมอ
- 50 เซนติเมตร ต่อ 2 เมตร → เปลี่ยนเป็น $50 : 200 = 1 : 4$ ไม่ใช่ $50 : 2$

7.2 สัดส่วน

นิยาม

สัดส่วน (Proportion)

ประโยคที่บอกว่าอัตราส่วนสองอัตราส่วนเท่ากัน เขียน $a : b = c : d$ หรือ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

การคูณไขว้

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \iff ad = bc$$

ใช้หาตัวที่ขาดไปหนึ่งตัวเมื่อรู้อีกสามตัว

ตัวอย่าง 1

น้ำเชื่อมต่อน้ำเปล่าเป็น 2 : 5 ถ้าใช้น้ำเปล่า 350 มิลลิลิตร ต้องใช้น้ำเชื่อมกี่มิลลิลิตร

วิธีทำ

1. ให้ใช้น้ำเชื่อม x มิลลิลิตร
2. เขียนสัดส่วน: $\frac{2}{5} = \frac{x}{350}$
3. คูณไขว้: $5x = 2 \times 350 = 700$
4. $x = 140$
5. ตรวจสอบ: $140 : 350$ หักด้วย 70 ได้ $2 : 5$ ✓

ตอบ น้ำเชื่อม 140 มิลลิลิตร

ตัวอย่าง 2

แผนที่มาตราส่วน 1 : 50,000 วัดระยะบนแผนที่ได้ 6 เซนติเมตร ระยะจริงกี่กิโลเมตร

วิธีทำ

1. 1 ซม. บนแผนที่ = 50,000 ซม. จริง
2. 6 ซม. บนแผนที่ = $6 \times 50,000 = 300,000$ ซม.
3. เปลี่ยนหน่วย: $300,000$ ซม. = $3,000$ ม. = 3 กม.

ตอบ 3 กิโลเมตร

7.3 ร้อยละ

นิยาม

ร้อยละ (Percentage)

อัตราส่วนที่เทียบกับ $100 \cdot r\%$ หมายถึง $\frac{r}{100} \cdot$ ร้อยละคือ “สัดส่วนที่ตกลงกันว่าจะใช้ตัวส่วน 100 เสมอ” เพื่อให้เทียบกันได้ทันที

สามรูปแบบของโจทย์ร้อยละ

$$\text{ส่วนย่อย} = \frac{r}{100} \times \text{ทั้งหมด} \quad r = \frac{\text{ส่วนย่อย}}{\text{ทั้งหมด}} \times 100$$

ถ้ารู้สองอย่าง หาอย่างที่ยังขาดได้เสมอ

ตัวอย่าง 1

เสื้อราคา 850 บาท ลดราคา 20% ต้องจ่ายเท่าไร

วิธีทำ

1. ส่วนลด $= \frac{20}{100} \times 850 = 170$ บาท
2. ราคาที่จ่าย $= 850 - 170 = 680$ บาท
3. ทางลัด: ลด 20% แปลว่าจ่าย 80% $\rightarrow 0.80 \times 850 = 680$

ตอบ 680 บาท

ตัวอย่าง 2

นักเรียน 45 คนจากทั้งหมด 60 คนสอบผ่าน คิดเป็นร้อยละเท่าไร

วิธีทำ

1. $\frac{45}{60} \times 100$
2. $\frac{45}{60} = \frac{3}{4} = 0.75$
3. $0.75 \times 100 = 75$

ตอบ ร้อยละ 75

ตัวอย่าง 3

ราคาสินค้าหลังบวกภาษี 7% เป็น 1,070 บาท ราคาก่อนภาษีเท่าไร

วิธีทำ

1. ให้ราคาก่อนภาษีเป็น x บาท
2. ราคหลังภาษีคือ 107% ของ x นั่นคือ $1.07x$
3. $1.07x = 1070$

4. $x = 1070 \div 1.07 = 1000$

ตอบ 1,000 บาท

⚠ ข้อควรระวัง

ลด 20% แล้วลดอีก 10% ไม่เท่ากับลด 30% · ราคา 1,000 → ลด 20% เหลือ 800 → ลดอีก 10% ของ 800 เหลือ 720 · ส่วนลด 30% ตรง ๆ จะเหลือ 700 · เพราะส่วนลดรอบสองคิดจากราคาที่ลดแล้ว ไม่ใช่ราคาเดิม

🎯 สรุปสิ่งที่ต้องจำจากบทนี้

- 1 อัตราส่วนต้องเป็นหน่วยเดียวกันก่อนเสมอ และลำดับมีความหมาย
- 2 สัดส่วนแก้ด้วยการคูณไขว้: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$
- 3 ร้อยละคือสัดส่วนที่ตัวส่วนเป็น 100
- 4 ลด $r\%$ = จ่าย $(100 - r)\%$ — ใช้ทางลัดนี้แล้วเร็วกว่ามาก
- 5 ส่วนลดซ้อนกันไม่ใช่การบวกเปอร์เซ็นต์

กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น

Graphs and Linear Relationships

เปลี่ยนตัวเลขให้กลายเป็นภาพ — วางจุดบนระนาบพิกัด อ่านกราฟให้เป็น และรู้จักความสัมพันธ์ที่กราฟออกมาเป็นเส้นตรง ซึ่งเป็นรากฐานของฟังก์ชันทั้งหมดใน ม.ปลาย

สวท.: จำนวนและพีชคณิต · Common Core: 8.EE, 8.F · Lower Secondary Stage 8 — Coordinates and graphs

8.1 คู่อันดับและระนาบพิกัด

นิยาม

คู่อันดับ (Ordered pair)

(x, y) โดย x บอกระยะตามแนวนอน และ y บอกระยะตามแนวตั้ง · เรียกว่า “อันดับ” เพราะ **สลับที่ไม่ได้** $(2, 5)$ กับ $(5, 2)$ เป็นคนละจุด

• ส่วนประกอบของระนาบพิกัด

- แกน X — เส้นแนวนอน · แกน Y — เส้นแนวตั้ง
- จุดกำเนิด (origin) — จุดที่แกนตัดกัน คือ $(0, 0)$
- แกนสองเส้นแบ่งระนาบออกเป็น 4 จุดภาค นับทวนเข็มนาฬิกาจากขวาบน

• เครื่องหมายในแต่ละจุดภาค

- จุดภาคที่ 1: $(+, +)$ · จุดภาคที่ 2: $(-, +)$
- จุดภาคที่ 3: $(-, -)$ · จุดภาคที่ 4: $(+, -)$

💡 เคล็ดลับ

จำลำดับด้วยประโยค “เดินก่อน ขึ้นทีหลัง” — เดินตามแกน X ให้ครบก่อน แล้วค่อยขึ้นหรือลงตามแกน Y

8.2 การอ่านและใช้กราฟ

กราฟมีค่าตรงที่มันตอบคำถามได้เร็วกว่าตาราง เช่น “ตอนไหนโตเร็วที่สุด” หรือ “สองอย่างนี้เท่ากันเมื่อไร” ซึ่งมองจากตัวเลขล้วน ๆ จะช้ากว่ามาก

อ่านกราฟให้ครบต้องดู 4 อย่าง

- 1 หัวเรื่อง — กราฟนี้พูดถึงอะไร
- 2 แกนทั้งสอง — แต่ละแกนคือปริมาณอะไร หน่วยอะไร
- 3 สเกล — หนึ่งช่องแทนเท่าไร (จุดที่หลอกตาได้บ่อยที่สุด)
- 4 แนวโน้ม — ขึ้น ลง คงที่ หรือมีจุดเปลี่ยน

⚠ ข้อควรระวัง

สเกลที่ไม่เริ่มจากศูนย์ ทำให้ความต่างเล็ก ๆ ดูใหญ่มหาศาล เป็นเทคนิคที่พบบ่อยในโฆษณาและข่าว · เห็นกราฟแท่งเมื่อไร ให้ดูตัวเลขที่แกนตั้งก่อนเสมอว่าเริ่มที่เท่าไร

8.3 ความสัมพันธ์เชิงเส้น

นิยาม

ความสัมพันธ์เชิงเส้น (Linear relationship)

ความสัมพันธ์ที่เขียนได้ในรูป $y = ax + b$ และเมื่อเขียนกราฟจะได้ **เส้นตรง** เสมอ · a คืออัตราการเปลี่ยนแปลง และ b คือค่าเริ่มต้นเมื่อ $x = 0$

- วิธีดูว่าความสัมพันธ์เป็นเชิงเส้นหรือไม่ — ดูจากตาราง
 - ถ้า x เพิ่มขึ้นทีละเท่ากัน แล้ว y **เพิ่ม (หรือลด) ทีละเท่ากัน** ด้วย → เป็นเชิงเส้น
 - ถ้า y เพิ่มไม่คงที่ เช่น เพิ่ม 2, 4, 8 → ไม่ใช่เชิงเส้น
- วิธีวาดกราฟเส้นตรง
 - หาจุดอย่างน้อย 2 จุดจากสมการ (แนะนำ 3 จุดเพื่อใช้ตรวจ)
 - จุดที่หาง่ายที่สุดคือ $x = 0$ และ $y = 0$
 - ลากเส้นตรงผ่านจุดเหล่านั้น · ถ้าจุดที่สามไม่อยู่บนเส้น แปลว่าคำนวณผิดที่ใดที่หนึ่ง

ตัวอย่าง 1

แท็กซี่คิดค่าโดยสารเริ่มต้น 35 บาท แล้วบวกอีกกิโลเมตรละ 6 บาท จงเขียนความสัมพันธ์ และหาค่าโดยสารเมื่อวิ่ง 10 กิโลเมตร

วิธีทำ

1. ให้ x = ระยะทาง (กม.) และ y = ค่าโดยสาร (บาท)
2. ค่าเริ่มต้น 35 บาท คือค่าเมื่อ $x = 0$ จึงเป็นค่า b
3. กิโลเมตรละ 6 บาท คืออัตราการเปลี่ยนแปลง จึงเป็นค่า a
4. ได้ความสัมพันธ์ $y = 6x + 35$
5. แทน $x = 10$: $y = 6(10) + 35 = 60 + 35$

ตอบ $y = 6x + 35$ · รัง 10 กม. ค่าโดยสาร 95 บาท

ตัวอย่าง 2

ตารางนี้เป็นความสัมพันธ์เชิงเส้นหรือไม่ — $x : 1, 2, 3, 4$ และ $y : 7, 10, 13, 16$

วิธีทำ

1. x เพิ่มขึ้น 1 สม่าเสมอ
2. y เพิ่ม: $10 - 7 = 3$, $13 - 10 = 3$, $16 - 13 = 3 \rightarrow$ คงที่
3. เพิ่มคงที่ 3 ต่อ 1 หน่วย จึงเป็นเชิงเส้น โดย $a = 3$
4. หาค่า b จาก $x = 1, y = 7$: $7 = 3(1) + b$ ได้ $b = 4$

ตอบ เป็นความสัมพันธ์เชิงเส้น $y = 3x + 4$

🎯 สรุปสิ่งที่ต้องจำจากบทนี้

1. (x, y) สลับที่ไม่ได้ — เดินตามแกน X ก่อน แล้วค่อยขึ้นตามแกน Y
2. อ่านกราฟต้องดูสเกลก่อนเสมอ โดยเฉพาะว่าแกนตั้งเริ่มที่ศูนย์หรือไม่
3. เชิงเส้น = x เพิ่มเท่ากัน แล้ว y เพิ่มเท่ากัน $\rightarrow$ กราฟเป็นเส้นตรง
4. ในรูป $y = ax + b$: a = อัตราการเปลี่ยนแปลง · b = ค่าเริ่มต้น
5. วาดเส้นตรงใช้ 2 จุดก็พอ แต่หา 3 จุดเพื่อใช้ตรวจสอบความถูกต้อง

สถิติ (1)

Statistics (1)

เริ่มจากคำถามที่ดี ไปสู่การเก็บข้อมูล การนำเสนอที่เหมาะสมกับข้อมูลแต่ละแบบ และการอ่านความหมายโดยไม่ถูกภาพหลอก

สสวท.: สถิติและความน่าจะเป็น · Common Core: 6.SP, 7.SP · Lower Secondary Stage 7 — Statistics: planning and collecting, presenting data

9.1 คำถามทางสถิติ

นิยาม

คำถามทางสถิติ (Statistical question)

คำถามที่คำตอบ มีความหลากหลาย จึงต้องเก็บข้อมูลหลายคำตอบ ไม่ใช่ค่าเดียวจบ

เป็นคำถามทางสถิติ ✓	ไม่เป็นคำถามทางสถิติ X
นักเรียน ม.1 ในโรงเรียนนี้สูงเท่าไร	ฉันสูงเท่าไร
คนไทยดื่มน้ำวันละกี่แก้ว	วันนี้ฉันดื่มน้ำกี่แก้ว
นักเรียนห้องนี้ชอบวิชาอะไรมากที่สุด	ครูประจำชั้นห้องนี้ชื่ออะไร

🔍 ทำไมถึงเป็นแบบนี้

เส้นแบ่งคือ **ความแปรผัน** · ถ้าคำตอบมีได้ค่าเดียวและทุกคนตอบเหมือนกัน ไม่ต้องใช้สถิติ แค่ไปหาคำตอบมา · สถิติเกิดขึ้นเพราะคำตอบไม่เหมือนกัน และเราอยากสรุปภาพรวมของความไม่เหมือนกัน

9.2 การเก็บรวบรวมข้อมูล

- แบ่งตามแหล่งที่มา
 - ข้อมูลปฐมภูมิ** — เก็บเองโดยตรง เช่น สอบถาม สังเกต ทดลอง วัด
 - ข้อมูลทุติยภูมิ** — เอามาจากที่คนอื่นเก็บไว้ เช่น รายงานราชการ เว็บไซต์ หนังสือ
- แบ่งตามลักษณะข้อมูล

- **เชิงคุณภาพ** — บอกลักษณะ เช่น สีที่ชอบ เพศ วิชาโปรด
 - **เชิงปริมาณ** — เป็นตัวเลขที่นำมาคำนวณได้ เช่น ส่วนสูง คะแนน จำนวนพี่น้อง
- สิ่งที่ทำให้ข้อมูลเชื่อถือไม่ได้
 - **กลุ่มตัวอย่างไม่เป็นตัวแทน** — ถามแต่เพื่อนสนิทแล้วสรุปทั้งโรงเรียน
 - **คำถามชี้นำ** — “คุณเห็นด้วยไหมว่าอาหารโรงเรียนแย่มาก” ชี้นำคำตอบไปแล้ว
 - **จำนวนน้อยเกินไป** — ถาม 3 คนแล้วบอกว่าร้อยละ 67 ชอบ

9.3 การนำเสนอข้อมูล

รูปแบบ	เหมาะกับ	ข้อควรระวัง
แผนภูมิรูปภาพ	ข้อมูลไม่ซับซ้อน ผู้อ่านเป็นเด็กเล็ก	ต้องมีคีย์บอกว่า 1 รูปแทนกี่หน่วย
แผนภูมิแท่ง	เปรียบเทียบปริมาณระหว่างกลุ่ม	แกนตั้งควรเริ่มจากศูนย์
กราฟเส้น	ดูการเปลี่ยนแปลงตามเวลา	ใช้กับข้อมูลที่ต่อเนื่องเท่านั้น
แผนภูมิวงกลม	ดูสัดส่วนของส่วนย่อยเทียบกับทั้งหมด	ทุกส่วนต้องรวมกันได้ 100% พอดี

เลือกแบบไหนดี

วิธีหามุมของแผนภูมิวงกลม

- 1 หาสัดส่วนของแต่ละส่วนเทียบกับทั้งหมด
- 2 คูณด้วย 360° เพราะวงกลมทั้งวงคือ 360°
- 3 ตรวจสอบว่ามุมทุกส่วนรวมกันได้ 360° พอดี

ตัวอย่าง

นักเรียน 60 คน ชอบกีฬา ดังนี้ ฟุตบอล 25 คน วอลเลย์บอล 15 คน แบดมินตัน 12 คน อื่น ๆ 8 คน จงหามุมของแต่ละส่วนในแผนภูมิวงกลม

วิธีทำ

1. ฟุตบอล: $\frac{25}{60} \times 360^\circ = 150^\circ$
2. วอลเลย์บอล: $\frac{15}{60} \times 360^\circ = 90^\circ$

3. แบดมินตัน: $\frac{12}{60} \times 360^\circ = 72^\circ$

4. อื่น ๆ: $\frac{8}{60} \times 360^\circ = 48^\circ$

5. ตรวจ: $150 + 90 + 72 + 48 = 360 \checkmark$

ตอบ $150^\circ, 90^\circ, 72^\circ, 48^\circ$

9.4 การแปลความหมายข้อมูล

ขั้นสุดท้ายคือการตอบคำถามที่ตั้งไว้ตอนต้น — และการรู้ว่าข้อมูล **ไม่ได้** บอกอะไรบ้าง สำคัญพอ ๆ กับการรู้ว่ามีนบอกอะไร

- คำถามที่ควรถามกับทุกกราฟ
 - ค่ามากที่สุดและน้อยที่สุดคือเท่าไร อยู่ที่กลุ่มไหน
 - ภาพรวมมีแนวโน้มอย่างไร เพิ่ม ลด หรือคงที่
 - มีค่าไหนที่ผิดปกติจนน่าสงสัยหรือไม่
 - ข้อมูลนี้เก็บจากใคร จำนวนเท่าไร และเมื่อไร
- ข้อสรุปที่ **เกินข้อมูล** (สรุปแบบนี้ผิด)
 - เก็บข้อมูลจากห้องเดียว แล้วสรุปว่าทั้งโรงเรียนเป็นแบบนี้
 - เห็นสองอย่างเพิ่มขึ้นพร้อมกัน แล้วสรุปว่าอย่างหนึ่ง **ทำให้เกิด** อีกอย่าง

💡 เคล็ดลับ

การหาค่ากลางของข้อมูล (ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน ฐานนิยม) จะเรียนอย่างละเอียดในขั้นถัดไป · ในบทนี้เน้นให้ **ตั้งคำถามเป็น เก็บข้อมูลเป็น และนำเสนอให้ตรงกับชนิดข้อมูล** ซึ่งเป็นสิ่งที่ต้องมาก่อนการคำนวณเสมอ

🎯 สรุปสิ่งที่ต้องจำจากบทนี้

- 1 คำถามทางสถิติต้องมีคำตอบที่หลากหลาย ไม่ใช่คำตอบเดียว
- 2 ข้อมูลปฐมภูมิ = เก็บเอง · ทดัยภูมิ = เอามาจากที่คนอื่นเก็บ

- 3 เลือกรูปแบบนำเสนอให้ตรงชนิดข้อมูล: แท่ง=เปรียบเทียบ · เส้น=ตามเวลา · วงกลม=สัดส่วน
- 4 มุมในแผนภูมิวงกลม = สัดส่วน $\times 360^\circ$ และต้องรวมได้ 360°
- 5 อย่าสรุปเกินข้อมูล และอย่าสับสนระหว่าง “เกิดพร้อมกัน” กับ “เป็นสาเหตุ”

mathprepai.com

mathprepai.com